

7 класс. Задача №1.

Найдем время, за которое человек сможет пешком пройти от дома до школы и до каждой из остановок.

$$1) t_{HS} = \frac{5 \text{ км}}{6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = \frac{5}{6} \text{ ч} = 50 \text{ мин}$$

$$2) t_{HC} = \frac{3 \text{ км}}{6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = \frac{3}{6} \text{ ч} = 30 \text{ мин}$$

$$3) t_{CB_1} = \frac{1 \text{ км}}{6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = \frac{1}{6} \text{ ч} = 10 \text{ мин}$$

$$4) t_{CB_2} = \frac{500 \text{ м}}{6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = \frac{1}{12} \text{ ч} = 5 \text{ мин}$$

Найдем время движения автобуса от остановки В₂ до остановки В₁ и от остановки В₁ до школы.

$$5) t_{AB_{B_2B_1}} = \frac{1,5 \text{ км}}{60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = 1,5 \text{ мин}$$

$$6) t_{AB_{B_1S}} = \frac{3 \text{ км}}{60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = 3 \text{ мин}$$

В первом вопросе нас просят найти минимально возможное время, поэтому при решении будем предполагать, что автобус приходит на остановку одновременно со школьником.

$$\tau_{HS} = 50 \text{ мин}$$

$$\tau_{HCB_2S} = 30 + 5 + 1,5 + 3 = 39,5 \text{ мин}$$

$$\tau_{HCB_1S} = 30 + 10 + 3 = 43 \text{ мин}$$

Во втором вопросе необходимо учесть график движения автобусов. Заметим, что выйдя в 8:00 школьник дойдет до остановки В₁ в 8:40, как раз в это время там окажется автобус и путь до школы займет $\tau_{HCB_1S} = 30 + 10 + 3 = 43 \text{ мин}$.

Если идти на остановку В₂, то там школьник окажется в 8:35, а автобус приедет в 8:40:00 – 1,5 минуты = 8:38:30, причем это будет тот же автобус, на который школьник может сесть в 8:40 на первой остановке, так что вне зависимости от того, на какую остановку идти, дорога до школы займет 43 минуты, тогда как пешком идти 50 минут.

Разбаловка

1	Нахождение времени движения пешком в первом пункте	2 балла
2	Нахождение времени движения в первом пункте при посадке в автобус на первой остановке	2 балла
3	Нахождение времени движения в первом пункте при посадке в автобус на второй остановке	2 балла
4	Нахождение времени движения во втором пункте при посадке в автобус на первой остановке	2 балла
5	Нахождение времени движения во втором пункте при посадке в автобус на второй остановке	2 балла

7 класс. Задача №2.

$$1) 1 \text{ год} = 365 \frac{\text{дн}}{\text{год}} * 24 \frac{\text{час}}{\text{день}} * 60 \frac{\text{мин}}{\text{час}} * 60 \frac{\text{сек}}{\text{мин}} = 31536000 \text{ сек} \approx 3,15 * 10^7 \text{ с}$$

$$2) 1 \text{ св. год} = v_{\text{света}} * 1 \text{ год} = 300000 \frac{\text{км}}{\text{с}} * 1 \text{ год} = 3 * 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} * 3,15 * 10^7 \text{ с} = 9,5 * 10^{15} \text{ м}$$

$$3) \rho_{\text{скоп}} = \frac{M_{\text{скоп}}}{V_{\text{скоп}}} = \frac{10^6 M_c}{4R_{\text{скоп}}^3} = \frac{10^6 M_c}{\frac{1}{2} D_{\text{скоп}}^3} \Rightarrow M_c = \frac{D_{\text{скоп}}^3 * \rho_{\text{скоп}}}{2 * 10^6}$$

$$D_{\text{скоп}} = 97 \text{ св. лет} = 97 * 9,5 * 10^{15} \text{ м} = 9,2 * 10^{17} \text{ м}$$

$$\rho_{\text{скоп}} = 5 * 10^{15} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 5 * 10^{12} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

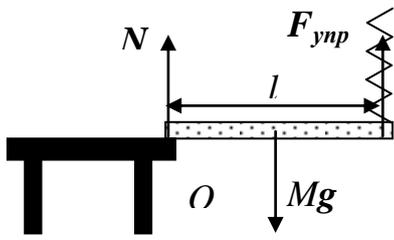
$$M_c = \frac{9,2^3 * 10^{42} * 5 * 10^{-12}}{2 * 10^6} = 1947 * 10^{24} \text{ кг} = 1,9 * 10^{27} \text{ кг}$$

Разбаловка

1	1 год = 3,15 * 10 ⁷ с	2 балла
2	1 св. год = v _{света} * 1 год	1 балл
3	1 св. год = 9,5 * 10 ¹⁵ м	2 балла
4	ρ _{ск} = M _{ск} /V _{ск}	1 балл
5	M _c = D _{скоп} ³ * ρ _{скоп} / 2 * 10 ⁶	1 балл
6	Перевод ρ _{скоп}	1 балл
7	M _c = 1,9 * 10 ²⁷ кг	2 балла

7 класс. Задача №3.

1)
таким образом:



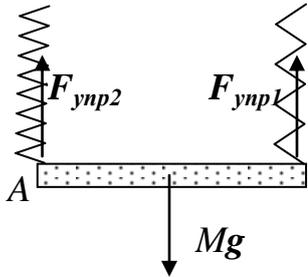
Запишем равенство моментов сил относительно точки O.

$$Mg * \frac{\ell}{2} = F_{\text{упр}} * \ell \Rightarrow F_{\text{упр}} = \frac{Mg}{2} = \frac{1\text{кг} * 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}}{2} = 5\text{Н}$$

Воспользуемся связью между силой упругости и величиной растяжения пружины.

$$F_{\text{упр}} = k_1 \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{F_{\text{упр}}}{k_1} = \frac{5\text{Н}}{10 \frac{\text{Н}}{\text{см}}} = 0,5\text{см}$$

2)



Аналогично первому пункту запишем равенство моментов сил относительно точек А и В.

Точка А: $Mg * \frac{\ell}{2} = F_{\text{упр1}} * \ell \Rightarrow F_{\text{упр1}} = \frac{Mg}{2} = \frac{1\text{кг} * 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}}{2} = 5\text{Н}$

Точка В: $Mg * \frac{\ell}{2} = F_{\text{упр2}} * \ell \Rightarrow F_{\text{упр2}} = \frac{Mg}{2} = \frac{1\text{кг} * 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}}{2} = 5\text{Н}$

$$\Delta x_1 = \frac{F_{\text{упр1}}}{k_1} = \frac{5\text{Н}}{10 \frac{\text{Н}}{\text{см}}} = 0,5\text{см} \quad \Delta x_2 = \frac{F_{\text{упр2}}}{k_2} = \frac{5\text{Н}}{5 \frac{\text{Н}}{\text{см}}} = 1\text{см}$$

Разбаловка

1	Рисунок с силами	1 балл
2	Равенство моментов для пункта 1	1 балл
3	$F_{\text{тяж}} = Mg$	1 балл
4	$F_{\text{упр}} = 5\text{ Н}$	1 балл
5	$\Delta x = 0,5\text{ см}$	1 балл
6	Равенство моментов для пункта 2 для одной точки	1 балл
7	Равенство моментов для пункта 2 для второй точки или условие $\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$	1 балл
8	$F_{\text{упр1}} = F_{\text{упр2}} = 5\text{ Н}$	1 балл
9	$\Delta x_1 = 0,5\text{ см}$	1 балл
10	$\Delta x_2 = 1\text{ см}$	1 балл

7 класс. Задача 4

1. Длина спички.

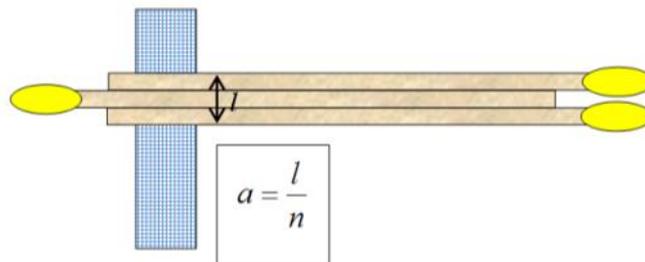
Определяем длину спички полоской миллиметровой бумаги.

Длина спички $\approx 4,1\text{ см}$.

2. Определяем отношение диаметра головки к длине стороны основания.

Основание квадрат. Для нахождения стороны квадрата воспользуемся методом рядов.

Способ первый (см. рис.). n- число спичек.



Способ второй.

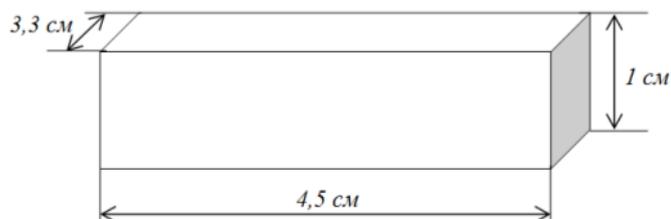
Намотаем на спичку нить, расположив витки достаточно плотно друг к другу. Измерим длину намотанной нити (L) и число витков (N), соответствующее этой длине. Тогда сторона основания a равна:

$$a = \frac{L}{4N}$$

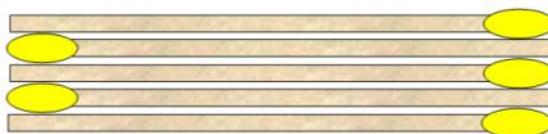
Аналогично определим диаметр спичечной головки. Найдем отношение одной величины к другой. Отношение равно $\approx 1,17$ (или 0,85).

3. Определим вместимость спичечного коробка.

- Определим объем спичечного коробка. Для этого определим его длину, ширину и высоту по внутренним размерам. Результаты наших измерений Вы видите на рисунке.



- Длина спички меньше длины коробка, поэтому длина упаковки будет равна длине спички.
- Максимальна вместимость достигается при такой упаковке спичек (см. рис.)



- Определяем вместимость коробка в каждом направлении. Определяем общее количество спичек, которое вмещает в себя коробок. По результатам наших измерений и расчетов получается, что выданные коробки вмещается ~54-55 спичек.

№	Критерий	
0	Использование миллиметровой бумаги в качестве измерительного инструмента	1 балл
1	Определение длины спички	1 балл
2	Определение отношения диаметра спички к длине стороны ее основания с использованием метода рядов	3 балла
	Определение отношения диаметра спички к длине стороны ее основания без использования метода рядов	1 балл
3	Определение вместимости спичечного коробка	
	Определение параметров спичечного коробка	1 балл
	Идея о плотной упаковке	2 балл
	Реализация способа определения количества спичек, уместяющихся в спичечном коробке	1 балл
	Определение количества спичек	1 балл

8 класс. Задача №1.

Найдем время, за которое человек сможет пешком пройти от дома до школы и до каждой из остановок.

$$1) t_{HS} = \frac{5 \text{ км}}{6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = \frac{5}{6} \text{ ч} = 50 \text{ мин}$$

$$2) t_{HC} = \frac{3 \text{ км}}{6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = \frac{3}{6} \text{ ч} = 30 \text{ мин}$$

$$3) t_{CB_1} = \frac{1 \text{ км}}{6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = \frac{1}{6} \text{ ч} = 10 \text{ мин}$$

$$4) t_{CB_2} = \frac{500 \text{ м}}{6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = \frac{1}{12} \text{ ч} = 5 \text{ мин}$$

Найдем время движения автобуса от остановки В₂ до остановки В₁ и от остановки В₁ до школы.

$$5) t_{AB_{B_2B_1}} = \frac{1,5 \text{ км}}{60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = 1,5 \text{ мин}$$

$$6) t_{AB_{B_1S}} = \frac{3 \text{ км}}{60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = 3 \text{ мин}$$

В первом вопросе нас просят найти минимально возможное время, поэтому при решении будем предполагать, что автобус приходит на остановку одновременно со школьником.

$$\tau_{HS} = 50 \text{ мин}$$

$$\tau_{HCB_2S} = 30 + 5 + 1,5 + 3 = 39,5 \text{ мин}$$

$$\tau_{HCB_1S} = 30 + 10 + 3 = 43 \text{ мин}$$

Во втором вопросе необходимо учесть график движения автобусов. Заметим, что выйдя в 8:00 школьник дойдет до остановки В₁ в 8:40, как раз в это время там окажется автобус и путь до школы займет $\tau_{HCB_1S} = 30 + 10 + 3 = 43 \text{ мин}$.

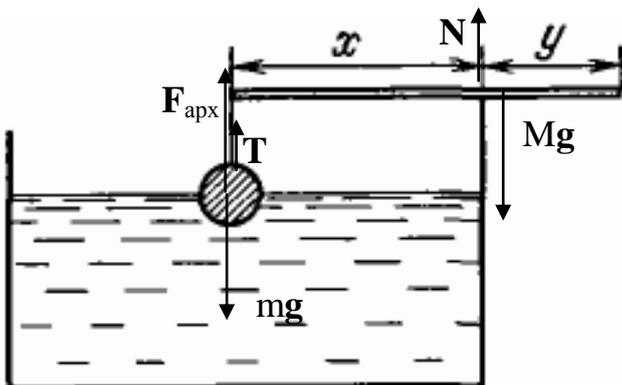
Если идти на остановку В₂, то там школьник окажется в 8:35, а автобус приедет в 8:40:00 – 1,5 минуты = 8:38:30, причем это будет тот же автобус, на который школьник может сесть в 8:40 на первой остановке, так что вне зависимости от того, на какую остановку идти, дорога до школы займет 43 минуты, тогда как пешком идти 50 минут.

В третьем вопросе школьнику нужно прийти в школу в 8:55. Если он идет пешком, то он должен выйти в 8:05. Из пункта 2 мы знаем, что выйдя из дома в 8:00 и пойдя на автобус школьник приезжает в школу в 8:43. Если он поедет на следующем автобусе, то окажется в школе на 15 минут позже (интервал времени между движением автобусов), то есть в 8:58, что слишком поздно. Рассмотрим вариант поездки на автобусе, приходящем в школу в 8:43. Из второго пункта мы выяснили, что если идти на вторую остановку, выйдя из дома в 8:00, то на остановку придется ждать автобус 3,5 минуты, то есть можно выйти из дома не в 8:00:00, а в 8:03:30, что все равно раньше, чем если идти пешком. Ответ: нужно выйти в 8:05 и идти пешком.

Разбаловка

1	Нахождение времени движения пешком в первом пункте	1 балл
2	Нахождение времени движения в первом пункте при посадке в автобус на первой остановке	1 балл
3	Нахождение времени движения в первом пункте при посадке в автобус на второй остановке	1 балл
4	Нахождение времени движения во втором пункте при посадке в автобус на первой остановке	2 балла
5	Нахождение времени движения во втором пункте при посадке в автобус на второй остановке	2 балла
6	Нахождение времени выхода в третьем пункте при движении пешком	1 балл
7	Нахождение времени выхода в третьем пункте при посадке в автобус на первой остановке	1 балл
8	Нахождение времени выхода в третьем пункте при посадке в автобус на второй остановке	1 балл

8 класс. Задача №2.



1) Запишем условие равновесия для шарика:

$$mg = F_{\text{арх}} + T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = mg - F_{\text{арх}} = \rho_{\text{ал}} g * V_{\text{ш}} - \rho_{\text{в}} g \frac{1}{2} V_{\text{ш}} =$$

$$= g V_{\text{ш}} \left(\rho_{\text{ал}} - \frac{1}{2} \rho_{\text{в}} \right) = g * \frac{4}{3} \pi r^3 \left(\rho_{\text{ал}} - \frac{1}{2} \rho_{\text{в}} \right) =$$

$$= 9,8 * \frac{4}{3} * 3,14 * 6^3 * 10^{-9} \text{ м}^3 \left(2700 - \frac{1}{2} 1000 \right) = 0,019 \text{ Н}$$

2) Найдем расстояние от края сосуда до середины палочки (точки приложения силы тяжести), которая находится справа от

края сосуда. $L = y - \frac{x+y}{2} = \frac{y-x}{2}$

Запишем равенство моментов сил для палочки относительно края сосуда: $Mg \frac{y-x}{2} = T * x$;

$$Mg \frac{y-x}{x} = 2T ;$$

$$\frac{y-x}{x} = \frac{2T}{Mg} ;$$

$$\frac{y}{x} - 1 = \frac{2T}{Mg} ;$$

$$\frac{y}{x} = \frac{2T}{Mg} + 1 = \frac{5 * 10^{-3} * 9,8}{2 * 0,019} + 1 = 1,79$$

Разбаловка

1	Условие равновесия шарика	2 балла
2	Выражение для силы Архимеда	1 балл
3	Выражение для силы тяжести шарика	1 балл
4	Плечо Mg	1 балл
5	Равенство моментов	2 балла
6	Выражение $\frac{y}{x} = \frac{2 * \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_{ал} - \frac{1}{2} \rho_в)}{M} + 1$	2 балла
7	Число $\frac{y}{x} = 1,79$	1 балл

8 класс. Задача №3.

1) Тепло, затрачиваемое на нагрев воды: $Q_{нагр.воды} = c_в * m_в * (100^\circ C - 20^\circ C)$

2) Тепло, затрачиваемое на испарение (парообразование) воды: $Q_{испар.воды} = L * m_в$

3) Тепло, отдаваемое горелкой: $Q_{горелки} = 0,69 \frac{к\mathcal{J}}{час} * t * q$

4) Уравнение теплового баланса: $Q_{нагр.воды} + Q_{испар.воды} = Q_{горелки}$

$$c_в * m_в * 80^\circ C + L * m_в = 0,69 \frac{к\mathcal{J}}{час} * t * q$$

$$m_в = \rho_в * V_в = 2к\mathcal{J}$$

$$t = \frac{m_в (c_в * 80^\circ C + L)}{0,69 \frac{к\mathcal{J}}{час} * q} = \frac{2 * (4200 * 80 + 2,3 * 10^6)}{0,69 * 4,6 * 10^7} = 0,166 часа \approx 10 мин$$

Разбаловка

1	$Q_{нагр.воды} = c_в * m_в * (100^\circ C - 20^\circ C)$	2 балла
2	$Q_{испар.воды} = L * m_в$	2 балла
3	$Q_{горелки} = 0,69 \frac{к\mathcal{J}}{час} * t * q$	2 балла
4	Уравнение теплового баланса $Q_{нагр.воды} + Q_{испар.воды} = Q_{горелки}$	2 балла
5	$t = \frac{m_в (c_в * 80^\circ C + L)}{0,69 \frac{к\mathcal{J}}{час} * q}$	1 балл
6	t = 10 мин	1 балл

8 класс. Задача 4

1. Длина спички.

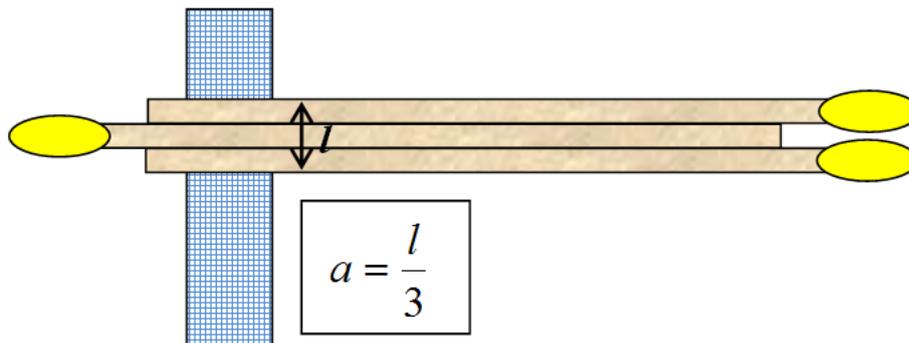
Определяем длину спички полоской миллиметровой бумаги.

Длина спички $\approx 19,5$ см.

2. Определяем площадь основания.

Основание квадрат. Для нахождения площади квадрата необходимо определить его сторону (a). Для нахождения стороны квадрата воспользуемся методом рядов.

Способ первый (см. рис.).



Способ второй.

Намотаем на спичку нить, расположив витки достаточно плотно друг к другу. Измерим длину намотанной нити (L) и число витков (N), соответствующее этой длине. Тогда сторона квадрата a равна:

$$a = \frac{L}{4N}$$

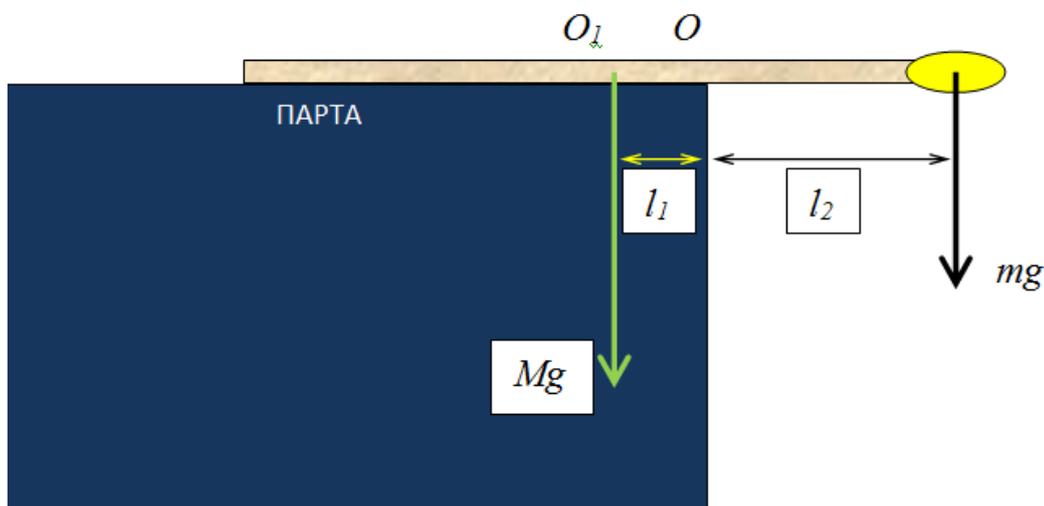
Площадь основания $S=a^2$. Проведя необходимые измерения и сделав расчеты, получаем, что площадь основания равна $0,093 \text{ см}^2$.

3. Определяем отношение деревянной части спички (M) к массе вещества (m), из которого изготовлена зажигательная головка спички. Для этого:

- Уравновесим спичку с головкой на краю стола (на ребре другой спички, на нити и т.д.). Отметим это место на спичке (точка O - см. рис.).
- Аккуратно соскоблив зажигательный состав, повторно уравновешиваем спичку на краю парты и определяем положения центра масс деревянной части. Отмечаем это положение (точка O_1 - см. рис.).
- Записываем условие равновесия спички ($l_1 (OO_1)$ - плечо силы тяжести, действующей на деревянную часть спички и l_2 - плечо силы тяжести, действующей на зажигательный состав) и находим отношение M/m .

$$Mgl_1 = mgl_2$$

- Выполнив необходимые измерения для все трех спичек и усреднив результаты расчетов, получаем отношение $\approx 0,08$ (или $\approx 12,5$)



№	Критерий	
1	Определение длины спички	1 балл
2	Определение площади сечения с использованием метода рядов	3 балла
	Определение площади сечения без использования метода рядов	1 балл
3	Определение отношения масс	
	Идея метода определения отношения масс	1 балл
	Расчетная формула	1 балл
	Определения положения точки O	1 балл
	Определение положения точки O ₁	1 балл
	Повторные измерения	1 балл
	Результат	1 балл