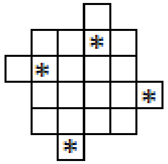
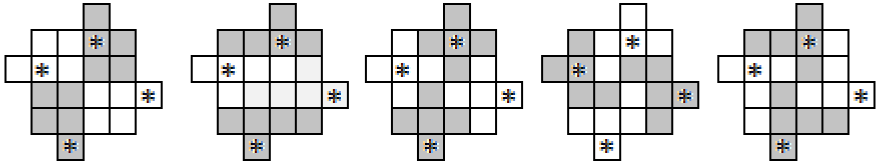
Интеллектуальный марафон по математике.
Заключительный тур
5 класс. Решения

1. Разделите **пятью** разными способами фигуру на 4 равные части так, чтобы каждая часть содержала звездочку. Линии разрезов идут по сторонам квадратов. Способы считаются разными, если фигуры, получающиеся при разрезании различны.



Ответ:



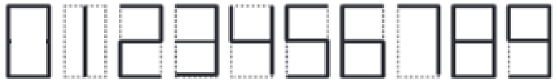
Критерии оценивания:

1 балл – 1 способ;
2 балла – 2 способа;
3 балла – 3 способа;
5 баллов – 4 способа;
7 баллов – 5 способа.

2. Миша написал на доске 7 различных простых чисел, а Саша нашел сумму всех этих чисел. Мог ли Саша в результате получить 73? Напомним, что простым называется число, если оно имеет ровно два различных натуральных делителя. Например, 5 это простое число, так как оно делится только на 1 и на 5, а 6 не простое, ведь оно делится на 1, 2, 3 и 6.

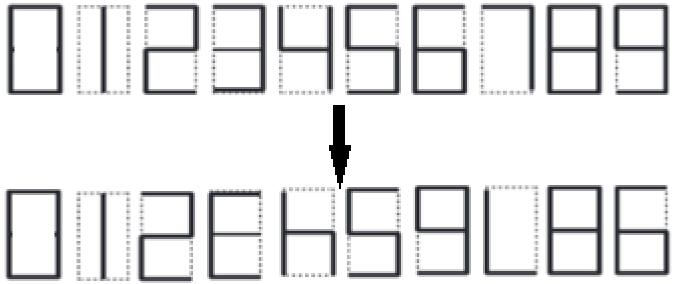
Решение: Не мог. Все простые числа, кроме двойки нечетные. Так как по условию сумма 7 различных простых чисел должна быть равна 73, то все 7 должны быть нечетными (сумма двойки и шести нечетных чисел была бы четной). Однако наименьшая сумма 7 нечетных различных простых равна 3+5+7+11+13+17+19=75, что больше 73. Значит такой суммы Саша не мог получить.

3. Виктор и Михаил сидят напротив друг друга за столом. У Виктора есть карточки с цифрами от 0 до 9, каждой не менее 3 штук (форма записи цифр на рисунке). Он поочередно выкладывает на столе всевозможные трехзначные числа из карточек. Михаил смотрит на каждое число с другой стороны стола. Сколько трехзначных чисел Виктор и Михаил увидят одинаково?



Ответ: 30 чисел

Решение: Рассмотрим, как одну и ту же цифру видят Виктор и Михаил.



Т.е. 0 переходит в 0, 1 в 1, 2 в 2, 5 в 5, 8 в 8, 6 в 9, 9 в 6. Т.о. посередине можно поставить 0, 1, 2, 5 и 8. В начале можно поставить 1, 2, 5, 6, 8 или 9. Первая цифра однозначно задает третью. Получаем, что на первое место можно поставить одну из 6 цифр, на второе одну из 5 цифр, на третье 1 цифру (в зависимости от первой). Всего чисел: $6 \cdot 5 \cdot 1 = 30$

Критерии оценивания:

1 балл: Ответ без объяснений
2 балла: Проанализированы все цифры, но при подсчитаны 6 и 9
3 балла: При решении не учли одну из цифр или «0» вначале
7 баллов: Верное решение
-1 балл за арифметическую ошибку или потеряно число

4. В каждой ячейке коробки 3*3 лежат монеты, в количестве от 1 до 9 штук. На рисунке справа каждое число означает число монет в соответствующей ячейке коробки. Одна из монет в коробке фальшивая, весит легче настоящих. Как за два взвешивания на чашечных весах без

1	2	3
4	5	6
7	8	9

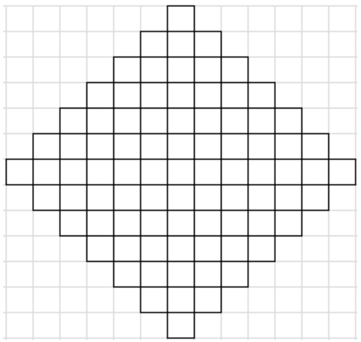
гирь определить в какой ячейке находится фальшивая монета?
__Решение:__ Заметим, что каждое взвешивание может дать три результата: либо монеты на левой чаше весов легче, и тогда фальшивая монета среди них, либо на правой, либо весы находятся в равновесии, т.е. фальшивая монета не участвовала во взвешивании. Таким образом каждое взвешивание позволяет узнать в какой из трех групп монет находится фальшивая. Значит первым взвешиванием нужно разделить все ячейки на три группы по три монеты и взвесить монеты двух групп (которые возможно окажутся одинакового веса). Например, первым взвешиванием на левую чашу весов положим монеты из ячеек 1, 2, 9, а на правую 3, 4, 5. Далее возможны три варианта:

1) Фальшивая в 1, 2 или 9 ячейке. Тогда во всех остальных ячейках монеты настоящие. Вторым взвешиванием на одну чашу весов положим монеты из 1 и 8 ячеек, на вторую из 9. Если легче 1 и 8, то фальшивая 1. Если легче 9, то она фальшивая. Если мы получили равенство, то фальшивая 2.

2) Фальшивая в 3, 4 или 5. Взвесим 3+1 с 4.

3) Фальшивая в 6, 7 или 8. Взвесим 6+1 с 7.

5. На клетчатом поле, показанном на рисунке, расставили 1-палубный, 2-палубный, …, n-палубный корабли в соответствии с правилами морского боя (т. е. корабли не могут соприкасаться друг с другом). Оказалось, что добавить ещё один однопалубный корабль, не нарушив правил, невозможно. Какое наименьшее значение может принимать n?



__Решение:__ n = 7 (см. рис. 1). Предположим, что n<7. Рассмотрим клетки, отмеченные на рис. 2. 4-палубный и более короткие корабли соприкасаются не более чем с 1 из этих клеток, а более длинные корабли - не более чем с 2. Тогда вместе все корабли соприкасаются не более чем с 4+2*2=8 из этих клеток, а их 9. Значит, с какой-то клеткой ни один корабль не соприкасается, и туда можно поставить однопалубный корабль. Противоречие. Итак, ответ - 7.

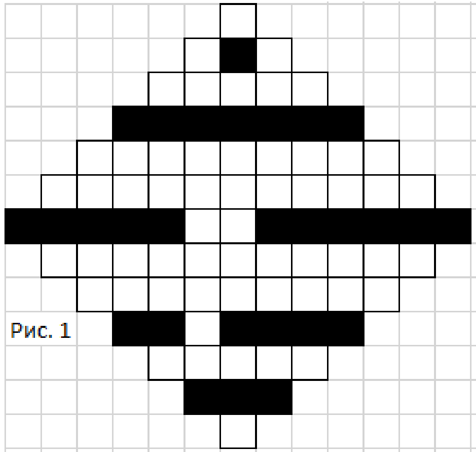


Рис. 1

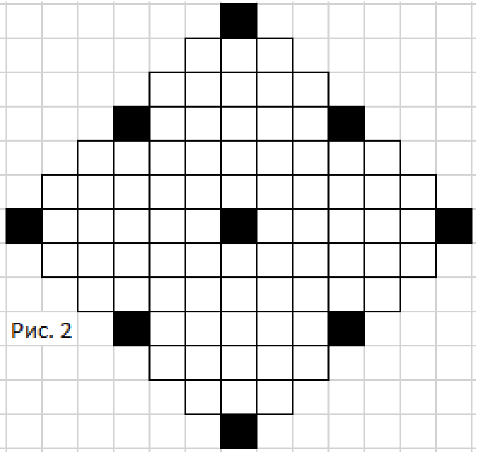


Рис. 2

__Критерии оценивания:__

Оценка - 3 балла
Пример - 3 балла