

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
2020-2021 учебный год
11 класс
Максимальный балл – 48 баллов**

Задача №1. «Малые тела Солнечной системы»

Для безымянного астероида, находящегося в поясе астероидов, известна следующая информация. Минимальное расстояние от него до Солнца равно 2 а.е., а к моменту времени, когда угол поворота астероида при его движении вокруг Солнца, отсчитываемый от перигелия, составит 90° , расстояние от него до Солнца вырастает до 3,5 а.е. Определите период обращения данного астероида. Необходимые для решения константы можно найти в справочных материалах.

Автор: Гусев Андрей Владиславович

Решение:

1. Длина радиус-вектора, проведенный от Солнца к астероиду, определяется выражением, где Θ - угол между радиус вектором астероида и направлением на перигелий (уравнение эллипса в полярных координатах):

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta}$$

2. Записываем уравнение для двух положений астероида, получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} 3,5 &= a(1 - e^2), \\ 2,0 &= a(1 - e). \end{aligned}$$

3. Решение данной системы уравнений, дает следующий результат для большой полуоси: $a = 8$ а.е.
4. Из третьего закона Кеплера, где в качестве второго объекта взята Земля (период $T = 1$ год и большая полуось $a_3 = 1$ а.е.), следует, что:

$$\frac{T^2}{1^2} = \frac{a^3}{1^3}$$

5. Получаем, что период обращения астероида: $T \approx 22,6$ года.

Критерии оценивания:

Этап решения	Балл
1. Уравнение эллипса в полярных координатах	2
2. Запись уравнения эллипса для двух случаев	2
3. Нахождение большой полуоси	1
4. Запись III закона Кеплера	2
5. Нахождение периода обращения	1
Итого	8

Задача №2. «Межпланетные перелеты»

«Марс» — автоматические межпланетные станции, которые запускались СССР с 1960 по 1973 с целью изучения планеты Марс и околопланетного пространства. В одном из запусков с Земли на Марс автоматическая межпланетная станция была запущена по наиболее экономичной орбите. Каково было угловое расстояние Марса от Солнца в момент запуска для земного наблюдателя? Орбиты Марса и Земли считать круговыми и лежащими в одной плоскости, радиус орбиты Марса равен 1.5 а.е. Сделайте рисунок, поясняющий Ваше решение.

Автор: Фокин Андрей Владимирович

Решение:

1. Наиболее энергетически выгодная траектория перелета — половина так называемого эллипса Гомана, касающегося орбит Земли и Марса.
2. Как видно из рисунка, большая полуось такой орбиты равна

$$a = \frac{a_{\oplus} + a_{\ominus}}{2} = \frac{1 + 1.5}{2} = 1.25 \text{ а.е.}$$

Здесь a_{\oplus} и a_{\ominus} — большие полуоси орбит Земли и Марса соответственно.

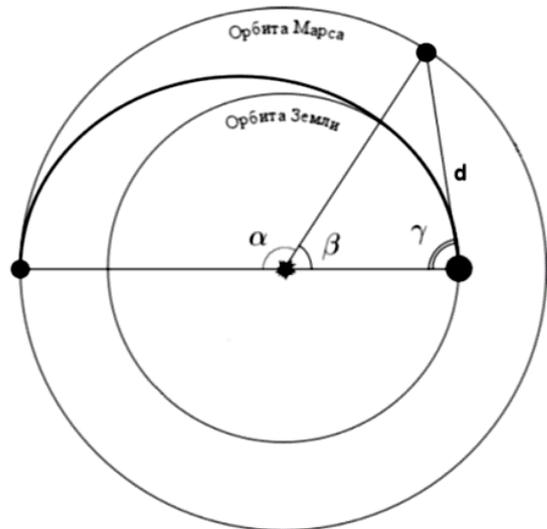
3. Найдем длину дуги (в градусах), которую пройдет Марс за время полета станции (на рисунке соответствующий угол обозначен буквой α). Очевидно, время полета станции равно $T/2$, где T — период обращения по гомановскому эллипсу. Обозначив период обращения Марса вокруг Солнца как T_{\ominus} , по III закону Кеплера имеем:

$$\alpha = 360^{\circ} \cdot \frac{T/2}{T_{\ominus}} = 360^{\circ} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{a_{\ominus}}\right)^{3/2} = 180^{\circ} \cdot \left(\frac{1.25}{1.5}\right)^{3/2} \approx 137^{\circ}.$$

4. В треугольнике Солнце-Земля-Марс угол $\beta = 180^{\circ} - 137^{\circ} = 43^{\circ}$.
5. По теореме косинусов найдем расстояние от Земли до Марса d в момент запуска (будем считать, что $\cos 43^{\circ} \approx \cos 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$):

$$d = \sqrt{a_{\oplus}^2 + a_{\ominus}^2 - 2a_{\oplus}a_{\ominus} \cos \beta} = \sqrt{1^2 + 1.5^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1.5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 1 \text{ а.е.}$$

6. Получилось, что рассматриваемый треугольник является равнобедренным с углом при основании, равным 43° . Тогда искомый угол $\gamma = 180^{\circ} - 2 \cdot 43^{\circ} = 94^{\circ}$.



Критерии оценивания:

Этап решения	Балл
1. Выполнен рисунок	1
2. Эллипс Гомана – энергетически выгодная траектория	1
3. Нахождение большой полуоси эллипса Гомана	1
4. Использование III закона Кеплера для нахождения α	2
5. Нахождение β	1
6. Теорема косинусов и нахождение d	1
7. Нахождение γ	1
Итого	8

Задача №3. «Движение звезд»

В центральной части шарообразной эллиптической галактики вокруг ее центра обращаются две звезды. Орбиты обеих звезд круговые, лежат в одной плоскости, направления вращения совпадают, радиус орбиты первой звезды составляет 100 пк, а второй - 50 пк. Найдите синодический период этих двух звезд (т.е. период между повторением одинакового взаимного расположения двух звезд и центра галактики), если известно, что в центральной части галактики все звезды расположены примерно однородно, концентрация звезд составляет около $10^4 M_{\odot}/\text{пк}^3$, где M_{\odot} – масса Солнца. Необходимые для решения константы можно найти в справочных материалах.

Автор: Фокин Андрей Владимирович

Решение:

Галактика является сферически-симметричной, поэтому для каждой из звезд внешние для нее части галактики не влияют на ее движение, а внутренние можно заменить материальной точкой соответствующей массы, находящейся в центре галактики.

Пусть орбита звезды имеет радиус r . Тогда массу галактики, находящуюся внутри этот радиуса, можно вычислить как $M_r = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$, где ρ – плотность вещества внутри радиуса r . Скорость движения по круговой орбите вокруг точки такой массы составляет:

$$v = \sqrt{\frac{GM_r}{r}} = \sqrt{\frac{4G\pi r^3 \rho}{3r}} = \sqrt{\frac{4G\pi \rho}{3}} r,$$

т.е. она пропорциональна радиусу орбиты. Это означает, что угловая скорость движения звезды $\omega = v/r$ от радиуса орбиты не зависит. Следовательно, обе рассматриваемых звезды вращаются с одинаковой угловой скоростью, их взаимное положение относительно центра галактики не меняется со временем, поэтому их синодический период стремится к бесконечности.

Критерии оценивания:

Этап решения	Балл
1. Указание на то, что внешние части галактики не влияют на движение звезд, а внутренние можно заменить материальной точкой соответствующей массы, находящейся в центре галактики	1
2. Определение массы галактики внутри сферы радиуса r	1
3. Определение скорости движения по орбите	3
4. Связь между угловой и линейной скоростями	1
5. Неизменность взаимного расположения звезд	1
6. Определение величины синодического периода	1
Итого	8

Задача №4. «Немного географии...»

В секретном бункере на Земле в ночь на 1 декабря 2020 года звездное время совпадает с московским. Какова географическая долгота этого бункера? Уравнением времени пренебречь. И вопрос для самых эрудированных любителей астрономии: кто впервые дал правильное объяснение видимого годового движения Солнца по небесной сфере?

Автор: Ловчиков Дмитрий Владимирович

Решение:

21 декабря 2020 происходит зимнее солнцестояние. Прямое восхождение Солнца в это время составляет 18 часов, а звездное время в солнечную полночь – 6 часов. Если пренебречь уравнением времени, то каждый день прямое восхождение Солнца увеличивается на 4 минуты. В указанный день оно будет 16 часов 36 минут. Звездное время в солнечную полночь S_0 составит 4 часа 36 минут. Понятия истинного и среднего солнечного времени мы не вводим, так как пренебрегаем уравнением времени, и данные временные шкалы совпадают.

Обозначим местное солнечное время в указанном в условии пункте через T . Тогда звездное время будет равно

$$S = S_0 + T$$

Время T связано со Всемирным временем U_T соотношением

$$T = U_T + \lambda,$$

где λ – географическая долгота пункта.

Московское летнее время (в часах) равно

$$T_M = U_T + 4 = T - \lambda + 4$$

По условию задачи, величины S и T_M совпадают. Отсюда

$$S_0 + T = T - \lambda + 4$$

$$\lambda = 4 - S_0.$$

Долгота места равна $-0^{\text{ч}}36^{\text{м}}$ или 24° западной долготы.

Впервые правильное объяснение видимого годового движения Солнца по небесной сфере дал Николай Коперник (1473—1543).

При решении задачи допускается перестановка действий и изменение используемой терминологии. К примеру, можно вычислять величины звездного и местного времени на меридиане Гринвича, и только в конце решения перейти к нужному значению долготы. При проверке решения нужно отметить в нем базовые факты, которые могут отмечаться как отдельно, так и по ходу выкладок в решении.

Критерии оценивания:

Этапы решения	Балл
1. Отмечен факт о наступлении зимнего солнцестояния 21-22 декабря	1
2. Вычисление прямого восхождения Солнца и/или звездного времени на дату 1 декабря.	1
3. Связь звездного времени и солнечного времени	2
4. Связь местного солнечного и московского времени со Всемирным временем	2
5. Вычисление долготы	1
6. Дан ответ на вопрос о том, кто впервые дал правильное объяснение видимого годового движения Солнца по небесной сфере	1
Итого	8

Задача №5. «Наша галактика»

В нашей Галактике есть два типа звездных скоплений: рассеянные скопления, в каждом из которых около тысячи звезд, и шаровые скопления, в каждом из которых около миллиона звезд. Рассеянные скопления находятся в плоскости диска Галактики, шаровые распределены сферически-симметрично относительно центра Галактики. Как для наблюдателя с Земли расположены рассеянные скопления на небе? А шаровые? Объясните свой ответ.

Автор: Фокин Андрей Владимирович

Решение:

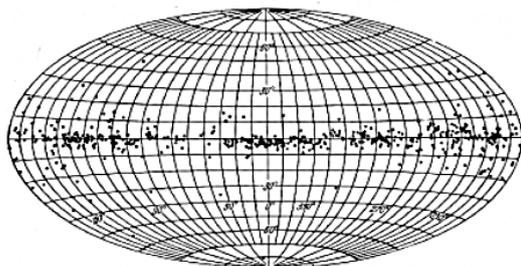
Для получения ответа нужно сформулировать несколько утверждений, часть которых следует из условия задачи, а часть — из общих представлений об устройстве Галактики:

- 1) основная часть звезд Галактики находится в плоском и достаточно тонком диске;
- 2) Солнце также находится в этом диске, причем достаточно далеко от его центра (на расстоянии около 8 кпк);
- 3) при наблюдении с Земли этот диск виден на небе как Млечный Путь;
- 4) рассеянные скопления находятся в том же диске, следовательно, на небе они должны наблюдаться также в районе Млечного Пути;
- 5) шаровые скопления расположены симметрично относительно центра Галактики и, так как мы смотрим на центр «сбоку» шаровые скопления должны в основном наблюдаться вокруг направления на центр Галактики.

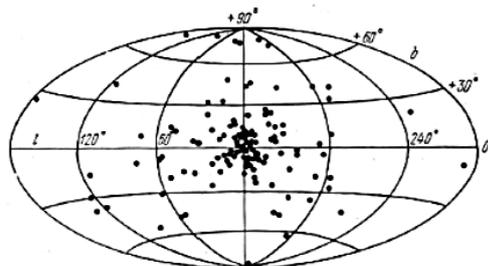
Кроме этого, можно учесть, что в диске Галактики достаточно много пыли, которая хорошо поглощает свет. Поэтому, так как в рассеянных скоплениях не так уж много звезд, они должны быть видны на сравнительно небольших расстояниях от Солнца, следовательно, в разных областях Млечного Пути их должно наблюдаться примерно одинаковое количество.

Наоборот, шаровые скопления, содержащие большее количество звезд, видны с существенно больших расстояний. К тому же, поскольку они находятся не только в диске Галактики, поглощение света для них оказывается в среднем существенно меньше.

Как обстоит дело в действительности, можно посмотреть на двух схемах ниже. В обоих случаях использовались галактические координаты, центр Галактики находится в центре схемы, а центральная горизонтальная прямая соответствует плоскости диска Галактики.



Расположение рассеянных скоплений



Расположение шаровых скоплений

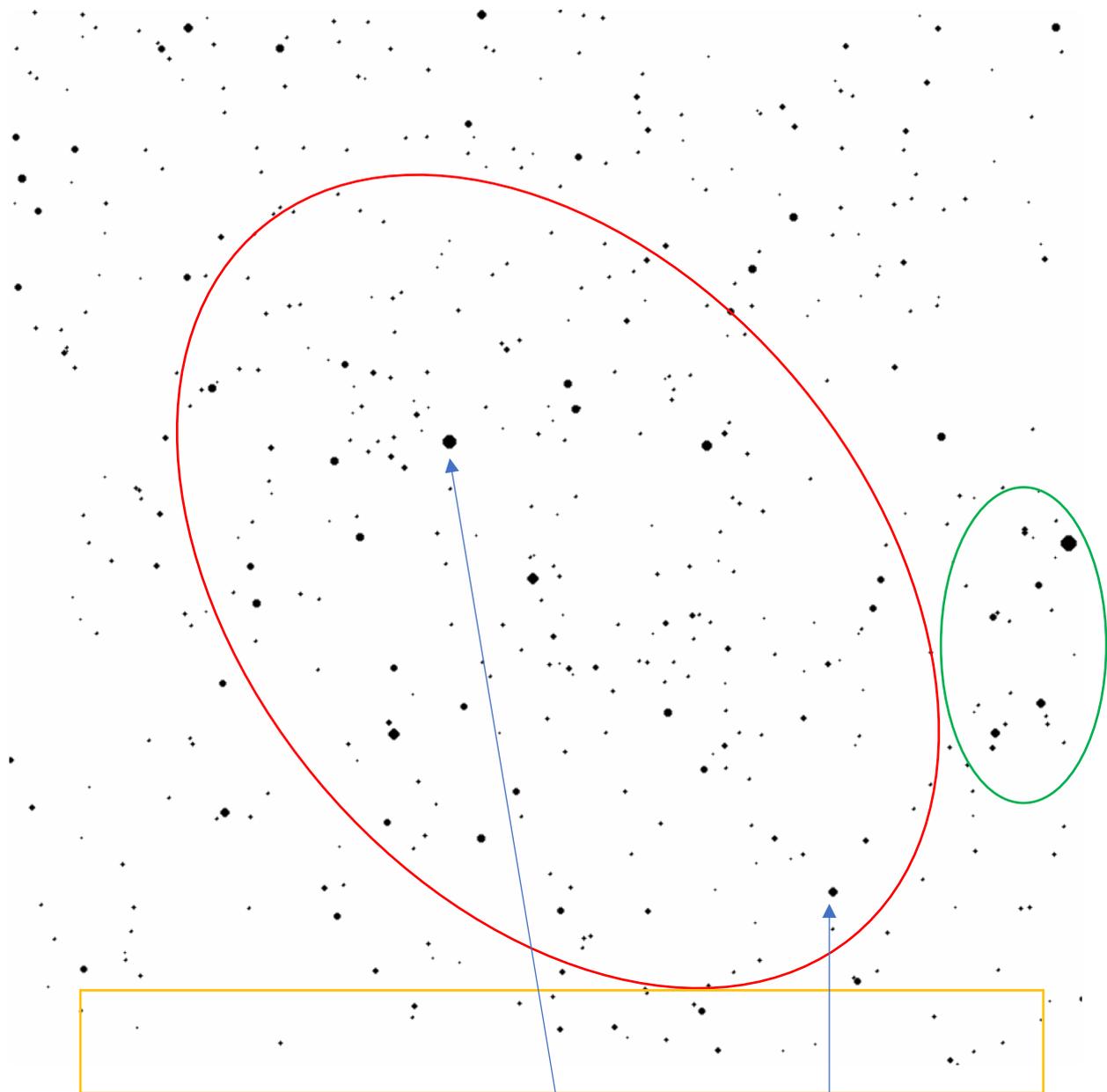
Критерии оценивания:

Пункты решения	Балл
1. Положение основной части звезд	1
2. Положение Солнца	1
3. Наблюдение нашей галактики на Земле	1
4. Положение рассеянных звездных скоплений	1
5. Положение шаровых звездных скоплений	1
6. Выводы	3
Итого	8

Задача №6. «Наблюдая звездное небо»

На приложенном рисунке приведен фрагмент звездной карты. Какое созвездие (созвездия) на нем изображено? Перечислите под рисунком, нарисуйте и подпишите на карте известные вам астрономические объекты, расположенные в указанной области. Соедините основные звезды, чтобы получить фигуру созвездия. Нарисуйте примерные границы созвездий.

Автор: Фокин Андрей Владимирович



На рис. приведено созвездие Лебедя (выделено красным цветом), созвездие «Ли́ра» (выделено зеленым цветом), часть созвездия Лисичка (выделено оранжевым цветом). Учащийся может указать названия звезд: Денеб (хвост Лебедя), Альбирео (голова Лебедя), отметить рассеянное скопление М39, указать положение известной туманности «Северная Америка» и комплекса туманностей Рыбачья сеть. Дополнительно может быть указано положение туманности Кольцо (М57) в Лире, Веги, шарового скопления М56 в Лире.

Критерии оценивания

Указаны объекты	Балл
1. Созвездие «Лебедь»	1
2. Созвездие «Лиры»	1
3. Созвездие «Лисичка»	
4. Денеб	1
5. Альбирео	1
6. Вега	1
7. Рассеянное звёздное скопление М39	1
8. Шаровое скопление М56	1
Итого	8

При оценивании ставится по 1 баллу за каждый правильный ответ (можно воспользоваться картой звездного неба при проверке), но не более 8 баллов за задачу (т.е. если участник указал правильно более 8 элементов, он все равно получает 8 баллов).

Справочная информация, разрешённая к использованию на олимпиаде

Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$

Скорость света в вакууме $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$

Постоянная Стефана—Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$

Постоянная Планка $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$

Масса протона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Масса электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$

Элементарный заряд $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Астрономическая единица $1 \text{ а.е.} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$

Парсек $1 \text{ пк} = 206\,265 \text{ а.е.} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Постоянная Хаббла $H = 72 \text{ (км/с)/Мпк}$

Данные о Земле

Эксцентриситет орбиты 0,0167

Тропический год 365,24219 суток

Средняя орбитальная скорость 29,8 км/с

Период вращения 23 часа 56 минут 04 секунды

Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000 года: $23^\circ 26' 21,45''$

Экваториальный радиус 6378,14 км

Полярный радиус 6356,77 км

Масса $5,974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

Средняя плотность $5,52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$

Объёмный состав атмосферы: N_2 (78%), O_2 (21%), Ar (~1%).

Данные о Солнце

Радиус 697 000 км

Масса $1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$

Светимость $3,88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$

Спектральный класс G2

Видимая звёздная величина $-26,78^{\text{m}}$

Абсолютная болометрическая звёздная величина $+4,72^{\text{m}}$

Показатель цвета (B–V) $+0,67^{\text{m}}$

Эффективная температура 5800 К

Средний горизонтальный параллакс $8,794''$

Интегральный поток энергии на расстоянии Земли 1360 Вт/м^2

Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли 600 Вт/м^2

Данные о Луне

Среднее расстояние от Земли 384 400 км

Минимальное расстояние от Земли 356 410 км

Максимальное расстояние от Земли 406 700 км

Средний эксцентриситет орбиты 0,055

Наклон плоскости орбиты к эклиптике $5^\circ 09'$

Сидерический (звёздный) период обращения 27,321 662 суток

Синодический период обращения 29,530 589 суток

Радиус 1738 км

Период прецессии узлов орбиты 18,6 лет

Масса $7,348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81,3$ массы Земли

Средняя плотность $3,34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$

Визуальное геометрическое альbedo 0,12

Видимая звёздная величина в полнолуние $-12,7^m$

Видимая звёздная величина в первой/последней четверти $-10,5^m$

ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЛНЦА И ПЛАНЕТ

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометр. альbedo	Вид. звёздная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1,989 \cdot 10^{30}$	332946	697000	109,3	1,41	25,380 сут.	7,25	—	-26,8
Меркурий	$3,302 \cdot 10^{23}$	0,05271	2439,7	0,3825	5,42	58,646 сут.	0,00	0,10	-0,1
Венера	$4,869 \cdot 10^{24}$	0,81476	6051,8	0,9488	5,20	243,019 сут.**	177,36	0,65	-4,4
Земля	$5,974 \cdot 10^{24}$	1,00000	6378,1	1,0000	5,52	23,934 час	23,45	0,37	—
Марс	$6,419 \cdot 10^{23}$	0,10745	3397,2	0,5326	3,93	24,623 час	25,19	0,15	-2,0
Юпитер	$1,899 \cdot 10^{27}$	317,94	71492	11,209	1,33	9,924 час	3,13	0,52	-2,7
Сатурн	$5,685 \cdot 10^{26}$	95,181	60268	9,4494	0,69	10,656 час	26,73	0,47	0,4
Уран	$8,683 \cdot 10^{25}$	14,535	25559	4,0073	1,32	17,24 час**	97,86	0,51	5,7
Нептун	$1,024 \cdot 10^{26}$	17,135	24746	3,8799	1,64	16,11 час	28,31	0,41	7,8

* – для наибольшей элонгации внутренних планет и среднего противостояния внешних планет.

** – обратное вращение.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОРБИТ ПЛАНЕТ

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн км	а.е.				
Меркурий	57,9	0,3871	0,2056	7,004	87,97 сут.	115,9
Венера	108,2	0,7233	0,0068	3,394	224,70 сут.	583,9
Земля	149,6	1,0000	0,0167	0,000	365,26 сут.	—
Марс	227,9	1,5237	0,0934	1,850	686,98 сут.	780,0
Юпитер	778,3	5,2028	0,0483	1,308	11,862 лет	398,9
Сатурн	1429,4	9,5388	0,0560	2,488	29,458 лет	378,1
Уран	2871,0	19,1914	0,0461	0,774	84,01 лет	369,7
Нептун	4504,3	30,0611	0,0097	1,774	164,79 лет	367,5

ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕКОТОРЫХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометр. альbedo	Видимая звёздная величина*
	кг	км	$\text{г}\cdot\text{см}^3$	км	сут.		m
Земля							
Луна	$7,348 \cdot 10^{22}$	1738	3,34	384400	27,32166	0,12	-12,7
Марс							
Фобос	$1,08 \cdot 10^{16}$	~10	2,0	9380	0,31910	0,06	11,3
Деймос	$1,8 \cdot 10^{15}$	~6	1,7	23460	1,26244	0,07	12,4
Юпитер							
Ио	$8,94 \cdot 10^{22}$	1815	3,55	421800	1,769138	0,61	5,0
Европа	$4,8 \cdot 10^{22}$	1569	3,01	671100	3,551181	0,64	5,3
Ганимед	$1,48 \cdot 10^{23}$	2631	1,94	1070400	7,154553	0,42	4,6
Каллисто	$1,08 \cdot 10^{23}$	2400	1,86	1882800	16,68902	0,20	5,7

Сатурн							
Тефия	$7,55 \cdot 10^{20}$	530	1,21	294660	1,887802	0,9	10,2
Диона	$1,05 \cdot 10^{21}$	560	1,43	377400	2,736915	0,7	10,4
Рея	$2,49 \cdot 10^{21}$	765	1,33	527040	4,517500	0,7	9,7
Титан	$1,35 \cdot 10^{23}$	2575	1,88	1221850	15,94542	0,21	8,2
Япет	$1,88 \cdot 10^{21}$	730	1,21	3560800	79,33018	0,2	~11,0
Уран							
Миранда	$6,33 \cdot 10^{19}$	235,8	1,15	129900	1,413479	0,27	16,3
Ариэль	$1,7 \cdot 10^{21}$	578,9	1,56	190900	2,520379	0,34	14,2
Умбриэль	$1,27 \cdot 10^{21}$	584,7	1,52	266000	4,144177	0,18	14,8
Титания	$3,49 \cdot 10^{21}$	788,9	1,70	436300	8,705872	0,27	13,7
Оберон	$3,03 \cdot 10^{21}$	761,4	1,64	583500	13,46324	0,24	13,9
Нептун							
Тритон	$2,14 \cdot 10^{22}$	1350	2,07	354800	5,87685**	0,7	13,5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет.

** – обратное направление вращения.

ФОРМУЛЫ ПРИБЛИЖЁННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(\alpha + x) \approx \sin \alpha + x \cos \alpha;$$

$$\cos(\alpha + x) \approx \cos \alpha - x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + x) \approx \operatorname{tg} \alpha + \quad ;$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx$$

($x \ll 1$, углы выражаются в радианах).