

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по физике
2016-2017 учебный год
11 класс
Максимальный балл 50**

1. Стрелу гарпуна массы 1,5 кг, к которой привязана гладкая гибкая нить, бросают вертикально вверх с начальной скоростью 15 м/с. Масса единицы длины нити 20 г/м. На какую высоту поднимется стрела, если длина нити равна а) 5 м; б) 15 м? Соппротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения принять равным 9,8 м/с², размерами гарпуна пренебречь.

Возможное решение.

Предположим, что высота подъема стрелы меньше, чем длина привязанной нити. Запишем закон сохранения механической энергии для этого случая:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + m_1g \frac{h}{2}$$

где $m_1 = \lambda h$ – масса поднятой веревки, λ – масса единицы длины веревки, $\frac{h}{2}$ – высота, на которую поднялся центр масс веревки, v_0 – начальная скорость гарпуна, m – масса гарпуна.

Выполнив подстановку, получим квадратное уравнение:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \lambda g \frac{h^2}{2}$$

Решив квадратное уравнение, получим:

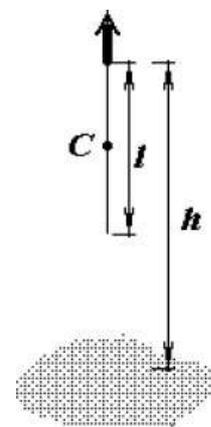
$$h_{1,2} = -\frac{m}{\lambda} \pm \sqrt{\left(\frac{m}{\lambda}\right)^2 + \frac{mv_0^2}{\lambda g}}$$

Отрицательный корень смысла не имеет, поэтому решением задачи будет положительный корень:

$$h = \sqrt{\left(\frac{m}{\lambda}\right)^2 + \frac{mv_0^2}{\lambda g}} - \frac{m}{\lambda}$$

Подставим данные задачи, получим, что $h = 10,7 \text{ м} < L = 15 \text{ м}$, т.е. часть веревки останется лежать на земле, следовательно, наше предположение верно.

При длине нити 5 м, полученная формула не применима, т.к. вся нить поднимется в воздух. В этом случае закон сохранения энергии будет записан следующим образом:



$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \lambda Lg\left(h - \frac{L}{2}\right)$$

где L – длина нити. Решая данное уравнение получим:

$$h = \frac{mv_0^2 + \lambda gL^2}{2g(m + \lambda L)}$$

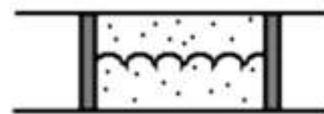
Подставив числовые данные, получим $h = 10,9$ м.

Высота подъема в случае а) оказалась несколько выше, но эти два результата не различимы в рамках точности данных, приведенных в условии задачи. Поэтому правильный ответ: в обоих случаях высота подъема стрелы будет одинакова и равна ≈ 11 м

Критерии оценивания

1	Предположение о том, что не вся веревка поднимется в воздух	1 балл
2	Запись закона сохранения энергии для данного случая	2 балла
3	Решения квадратного уравнения и получение численного ответа для случая б)	1+1 балл
4	Запись закона сохранения для случая а)	2 балла
5	Решение уравнения и получение численного ответа для случая а)	1+1балл
6	Указание на практическую тождественность ответов в случаях а) и б)	1 балл
<i>Максимальное количество баллов</i>		10 баллов

2. Внутри гладкой горизонтальной трубы находятся два легкоподвижных поршня, соединенных между собой упругой пружиной. Между поршнями находится один моль идеального одноатомного газа при температуре 300 К. Газ медленно нагрели до температуры 400 К. Какое количество теплоты было сообщено газу при нагревании, если длина пружины увеличилась в $\beta = 1,1$ раза? При отсутствии газа в трубе поршни сомкнуты, пружина не деформирована, внешнее давление равно нулю, универсальная газовая постоянная равна 8,31 Дж/(К·моль).



Возможное решение:

Запишем для газа, находящегося в трубе первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A$$

где Q – количество теплоты, сообщенное газу, A – совершенная газом работа, ΔU – изменение внутренней энергии газа.

Изменение внутренней энергии газа равно:

$$\Delta U = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1)$$

с учетом того, что количества вещества равно 1 моль, T_1 – начальная температура газа, T_2 – конечная температура газа.

Давление газа в процессе нагрева изменяется. Найдем работу, совершенную газом:

$$A = \sum_i p_i \Delta V_i$$

Давление газа в трубе линейно зависит от объема газа V ($p = \frac{F_{\text{упр}}}{S}$, где $F_{\text{упр}} = kx$, x – величина деформации пружины, $x = \frac{V}{S}$, S – площадь сечения трубы, V – объем газа $\implies p = \frac{k}{S^2} V$, т.е. $p = \text{const} \cdot V$).

С учетом этого найдем работу как площадь под графиком зависимости $p(V)$:

$$A = \sum_i p_i \Delta V_i = \frac{p_1 + p_2}{2} \Delta V$$

где p_1 – начальное давление, p_2 – конечное давление, ΔV – изменение объема газа при расширении.

Изменение объема $\Delta V = V_2 - V_1 = (\beta - 1)V_1$, где V_1 – начальный объем газа.

Запишем уравнение состояния идеального газа для начального и конечного состояний газа в трубе:

$$p_1 V_1 = RT_1 \quad \text{и} \quad p_2 V_2 = RT_2$$

С учетом того, что $V_2 = \beta V_1$, получим $A = \frac{R}{2\beta} (\beta - 1)(\beta T_1 + T_2)$.

Найдем количество теплоты, полученное газом в процессе:

$$Q = \frac{R}{2} [3(T_2 - T_1)] + \frac{\beta - 1}{\beta} (\beta T_1 + T_2)$$

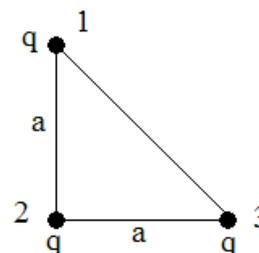
Подставляя числовые данные, получим $Q = 1522$ Дж.

Критерии оценивания

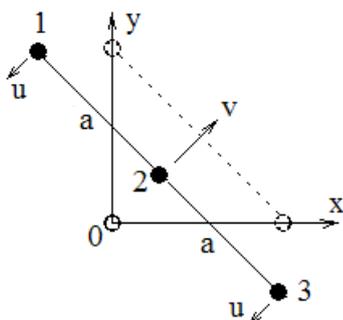
1	Записано первое начало термодинамики	2 балла
2	Записана формула для вычисления изменения внутренней энергии	1 балл

3	Записана формула для вычисления работы газа при расширении, с учетом того, что давление газа изменяется	1 балл
4	Показано, что $p = \text{const} \cdot V$	1 балл
5	Получено выражение связывающее работу газа с давлением в начале и конце процесса и изменением объема	1 балл
6	Записано уравнение состояния идеального газа для начального и конечного состояния	1 балл
7	Найдена связь между начальным и конечным объемом газа в трубе	1 балл
8	Получено выражение для вычисления работы газа через T и β	1 балл
9	Рассчитано количество теплоты, полученное газом в процессе	1 балл
<i>Максимальное количество баллов</i>		10 баллов

3. Три одинаковых шарика связаны нитями так, что образуют прямоугольный равнобедренный треугольник (см. рисунок). Массы шариков – m . Шарика заряжены одинаковыми зарядами q . Длина одинаковых нитей – a . Нить, соединяющую шарика 1 и 3 пережигают, шарика начинают двигаться. а) Определите перемещение (S) шарика 2 к моменту, когда его скорость станет максимальной. б) Определите эту максимальную скорость. Влиянием силы тяжести пренебречь.



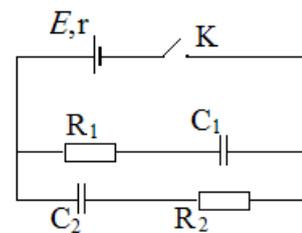
Возможное решение и критерии



1	Скорость второго шарика будет максимальной в момент, когда все три шарика окажутся на одной прямой, а второй шарик – в центре масс системы (см. рисунок). Координаты центра масс: $x = a/3$ и $y = a/3$. Следовательно, перемещение второго шарика к этому моменту: $S = \sqrt{2}a/3$	4 балла
---	--	---------

	Закон сохранения энергии: $2kq^2/a + kq^2/(\sqrt{2}a) = 2kq^2/a + kq^2/(2a) + 2mu^2/2 + mv^2/2.$	3 балла
	Закон сохранения импульса: $2mu = mv$	2 балла
	Решение системы дает: $v = q\sqrt{\frac{2k}{3am}(\sqrt{2} - 1)}.$	1 балл
<i>Максимальное количество баллов</i>		10 баллов

4. Батарея с внутренним сопротивлением r и неизвестной ЭДС E через ключ K включена в схему, параметры которой приведены на рисунке. В начальный момент времени ключ K разомкнут, конденсаторы не заряжены. Сразу после замыкания ключа через батарею течет ток I_0 . Определите: а) ЭДС батареи E ; б) какое количество теплоты выделится во всей схеме после замыкания ключа?



Возможное решение.

1	Так как первоначально конденсаторы не заряжены, то ток сразу после замыкания ключа определяется только сопротивлениями цепи: $I_0 = E/(r + R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2))$, а значит $E = I_0(r + R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2))$.	3 балла
2	К моменту, когда переходные процессы закончатся (токи прекратятся), конденсаторы зарядятся до ЭДС источника: $q_1 = C_1 E$, $q_2 = C_2 E$, значит, из источника уйдет заряд $q = q_1 + q_2 = (C_1 + C_2)E$, а энергия источника уменьшится на $\Delta W = qE$.	3 балла
3	Закон сохранения энергии: $\Delta W = Q + C_1 E^2 / 2 + C_2 E^2 / 2$,	3 балла
4	где Q – искомое тепло. Откуда $Q = (I_0(r + R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2)))^2 (C_1 + C_2) / 2$.	1 балл
<i>Максимальное количество баллов</i>		10 баллов

5. При помощи предложенного оборудования определите массу тела.

Оборудование: тело неизвестной массы, штатив, пружина, секундомер, гирька известной массы

Возможное решение и критерии

1	Определить период малых колебаний пружинного маятника, изготовленного из пружины и гирьки известной массы T_1	2 балла
2	Определить период малых колебаний пружинного маятника, изготовленного из пружины и тела неизвестной массы T_2	2 балла
3	Из формулы периода малых колебаний пружинного маятника	2 балла

	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ вывести формулу для вычисления массы неизвестного груза $m_{гр} = m_{гиря} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$	
4	Определить массу тела	2 балла
5	Если была проведена серия измерений времени колебаний пружинного маятника	2 балла
<i>Максимальное количество баллов</i>		10 баллов