

Муниципальный этап олимпиады по информатике (10-11 класс)

24 ноября 2022

1. Кузнечик-2

Кузнечик находится на листе бумаги, на котором нарисована декартова система координат, в начале координат и может совершать два вида прыжков — большой (длиной K) и маленький (длиной 1). Из точки с координатами (x,y) кузнечик может попасть в точки с координатами $(x+K,y)$, $(x-K,y)$, $(x,y+K)$, $(x,y-K)$, сделав большой прыжок, и в точки с координатами $(x+1,y)$, $(x-1,y)$, $(x,y+1)$, $(x,y-1)$, сделав маленький прыжок.

Определите минимальное количество прыжков, которое необходимо сделать кузнечику, чтобы попасть в точку с координатами (X,Y) из начала координат $(0,0)$.

Ввод содержит три целых числа X, Y, K ($-10^9 \leq X, Y \leq 10^9$, $2 \leq K \leq 10^9$), по одному числу в строке — координаты точки, куда нужно попасть кузнечику, и длина большого прыжка.

Вывести одно целое число — минимальное количество прыжков.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
2 0 5	2
Пример ввода 2	Пример вывода 2
14 0 5	4

Пояснение к примеру 1: кузнечик делает 2 маленьких прыжка направо.

Пояснение к примеру 2: сначала кузнечик делает 3 больших прыжка и попадает в точку с координатой $(15,0)$, затем 1 маленький прыжок налево и попадает в точку с координатой $(14,0)$.

Система оценки и описание подзадач

Подзадача 1 (50 баллов)

$1 \leq X \leq 1000$, $Y=0$, $2 \leq K \leq 1000$

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо..

Подзадача 2 (30 баллов)

$-1000 \leq X, Y \leq 1000$, $2 \leq K \leq 1000$

Необходимые подзадачи: 1.

В этой подзадаче 3 теста, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо..

Подзадача 3 (20 баллов)

$-10^9 \leq X, Y \leq 10^9$, $2 \leq K \leq 10^9$

Необходимые подзадачи: 1, 2.

В этой подзадаче 4 теста, каждый тест оценивается в 5 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте.

2. Без повторов

Дана строка, состоящая из символов 0 и 1. Можно заменять символ 0 на 1, а символ 1 — на 0. Необходимо заменить некоторые символы в строке так, чтобы в строке не было двух одинаковых символов *подряд*.

Первая строка ввода содержит строку из 0 и 1 длиной от 1 до 10^5 символов.

Вывести одно целое число — минимальное количество замен.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
111	1
Пример ввода 2	Пример вывода 2
1100	2

В примере 1 нужно заменить 2-й символ на 0, в получившейся строке 101 нет повторяющихся символов.

В примере 2 нужно заменить 1-й и 4-й символы, в получившейся строке 0101 нет повторяющихся символов. Также есть другой вариант замены: 2-й и 3-й символы с получением строки 1010.

Система оценки и описание подзадач

Подзадача 1 (50 баллов)

Длина строки от 1 до 20 символов.

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Подзадача 2 (50 баллов)

Длина строки от 21 до 10^5 символов.

Необходимые подзадачи: 1.

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте.

3. Перестановка

Дана последовательность из N натуральных чисел. Разрешается выполнять одно из двух действий

- удалить одно число из последовательности;
- добавить в эту последовательность произвольное новое число.

Требуется за наименьшее количество действий превратить эту последовательность в перестановку. *Перестановкой* называется непустая последовательность из M ($M \geq 1$) чисел от 1 до M , в которой каждое число встречается ровно один раз. Обратите внимание, что порядок чисел в перестановке не важен. Например, из последовательности $\{2,1,4,1,100\}$ нужно удалить числа 1 и 100 и добавить число 3, чтобы получилась перестановка $\{2,1,4,3\}$.

Первая строка ввода содержит одно целое число N ($1 \leq N \leq 10^5$) – количество чисел в исходной последовательности, вторая строка ввода содержит N целых чисел в диапазоне от 1 до 10^9 включительно — исходная последовательность чисел.

В первой строке вывести одно целое число K — минимальное количество действий для превращения последовательности в перестановку. В следующих K строках вывести сами действия, каждое действие на отдельной строке. Если число X нужно удалить из последовательности, то вывести $-X$. Если в последовательность нужно добавить число X , то вывести $+X$. Если существует несколько вариантов с минимальным количеством действий, то можно вывести любой из них.

Пример ввода	Пример вывода
5 2 1 4 1 100	3 -1 -100 +3

Система оценки и описание подзадач

Подзадача 1 (50 баллов)

$1 \leq N \leq 1000$, числа в диапазоне от 1 до 1000.

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Подзадача 2 (50 баллов)

$1 \leq N \leq 10^5$, числа в диапазоне от 1 до 10^9 .

Необходимые подзадачи: 1.

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

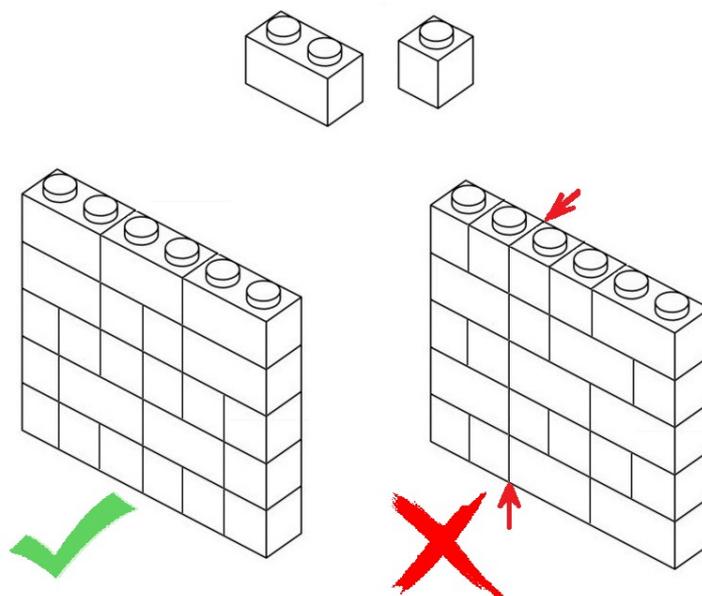
По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте.

4. Идеальная стена-2

Саша хочет собрать стену из деталей Лего. Все детали имеют одинаковую высоту и делятся на 2 вида: "квадратные" размера 1 на 1 и "прямоугольные" размера 1 на L (изображены на рисунке для $L=2$). Каждая деталь надежно прикрепляется к соседям верхней и нижней гранью, но никак не скрепляется с боковыми соседями.

Чтобы стена была идеальной, должны выполняться следующие условия:

1. Все детали должны быть использованы. Нельзя оставлять детали не прикрепленными к стене.
2. Стена должна иметь вид прямоугольника толщины 1 без отверстий и выступов.
3. Стена не должна разваливаться на части. То есть, любой вертикальный разрез в пределах стены должен пересекаться с какой-нибудь деталью, которая не даёт стене распадаться по линии этого разреза. Примеры подходящей и неподходящей стен приведены на рисунке.



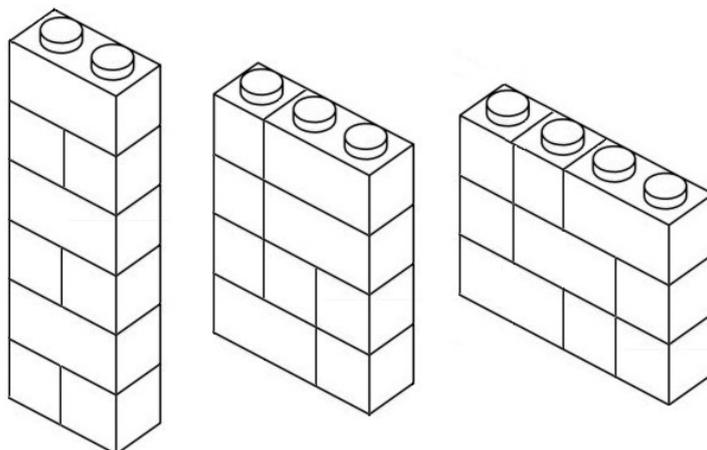
Для заданного количества "квадратных" и "прямоугольных" деталей найдите ширину и высоту стены, которую Саша сможет собрать. Если Саша может собрать идеальную стену разных размеров, перечислите все варианты размеров.

В единственной строке ввода содержатся три целых числа: количество "квадратных" деталей A ($0 \leq A \leq 10^9$), "прямоугольных" деталей B ($0 \leq B \leq 10^9$, $A+B>0$) и длина прямоугольной детали L ($2 \leq L \leq 10$).

В первой строке вывода должно содержаться одно число N -- количество вариантов сборки идеальной стены (возможно, 0). Затем выведите N строк, содержащих по два целых числа (ширина и высота стены) в каждой. Строки должны идти в порядке возрастания ширины.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
6 3 2	3 2 6 3 4 4 3
Пример ввода 2	Пример вывода 2
1 1 2	0

Стены для первого примера изображены на рисунке.



Во втором случае нельзя собрать стену, удовлетворяющую всем условиям.

Система оценки и описание подзадач

Подзадача 1 (20 баллов)

$1 \leq A+B \leq 1000$, $L=2$, при этом $B=0$ или $A=0$ (присутствуют детали только одного вида)

В этой подзадаче 4 теста, каждый тест оценивается в 5 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Подзадача 2 (20 баллов)

$1 \leq A \leq 1000$, $B=1$, $L=2$ ("прямоугольная" деталь ровно одна).

В этой подзадаче 4 теста, каждый тест оценивается в 5 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Некоторые примеры ввода из условия задачи не соответствуют ограничениям подзадачи 1 и 2, для прохождения этих тестов вы должны добавить необходимый код в свое решение, если вы ограничиваетесь только решением подзадач 1 или 2.

Подзадача 3 (25 баллов)

$1 \leq A \leq 1000$, $2 \leq B \leq 1000$, $L=2$.

Необходимые подзадачи: 1, 2.

В этой подзадаче 5 тестов. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

Подзадача 4 (25 баллов)

$1 \leq A \leq 10^9$, $2 \leq B \leq 10^9$, $L=2$.

Необходимые подзадачи: 1, 2, 3.

В этой подзадаче 5 тестов. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

Подзадача 5 (10 баллов)

$1 \leq A \leq 10^9$, $2 \leq B \leq 10^9$, $2 < L \leq 10$.

Необходимые подзадачи: 1, 2, 3, 4.

В этой подзадаче 4 теста. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте в подзадачах 1 и 2, и о первой ошибке в подзадачах 3, 4 и 5.

5. Красивые числа

Будем называть натуральное число красивым, если сумма квадратов его цифр является полным квадратом. Например, число 34 является красивым, так как $3^2+4^2=25=5^2$, а число 123 не является красивым, так как $1^2+2^2+3^2=14$.

Первая строка ввода содержит одно целое число N ($1 \leq N \leq 10^{18}$).

Вывести одно целое число — количество красивых чисел в диапазоне от 1 до N включительно.

Пример ввода	Пример вывода
50	16

Красивыми будут следующие числа 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,20,30,34,40,43,50.

Система оценки и описание подзадач

Подзадача 1 (50 баллов)

$1 \leq N \leq 10^5$.

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Подзадача 2 (30 баллов)

$N=10^k$, где $6 \leq k \leq 18$.

Необходимые подзадачи: 1.

В этой подзадаче 6 тестов. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

Подзадача 3 (20 баллов)

$10^5 < N \leq 10^{18}$.

Необходимые подзадачи: 1, 2.

В этой подзадаче 4 теста. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте в подзадаче 1, и о первой ошибке в подзадачах 2 и 3.